# הגדרה

פונק' f מA לB היא יחס שמקיים את הדרישות הבאות:

1. שלמות – אם אזי לכל a קיים b כך ש
2. חד ערכיות – אם ו אז

## דוגמאות

1. כך ש
2. כך ש – לא פונקציה

# הגדרה

חד חד ערכיות – פונק היא חח"ע אם אם אז

ראינו ש היא לא חח"ע שכן אבל

# הגדרה

פונק' על - היא פונק' על B אם לכל קיים כך ש

## דוגמה

פונק' לא פונק' על כיוון שלמספר שלילי לא קיים מקור

# דוגמאות לפונק'

|  |  |
| --- | --- |
| עבור הפונק' מ קבע מי חח"ע ומי על | |
|  | לא חח"ע ולא על |
|  | לא חח"ע ולא על |
|  | לא חח"ע ולא על |
|  | חח"ע ועל |
|  | חח"ע ועל |
| עבור |  |
|  | לא על אבל חח"ע |
|  | לא על אבל חח"ע |
|  | לא על אבל חח"ע |
|  | לא על ולא חח"ע |

# תרגיל

הוכח כי אם כך ש מספר סופי אזי f חח"ע אם"ם f על

## הוכחה

כיוון ראשון: נניח שf פונק' חח"ע. צ"ל שf על. נניח בשלילה שf לא פונקציה על. אז קיים איבר כך שאין לו מקור בA. לפי הנתון מספר האיברים בA ובB שווה n. ז"א שיש מקור לכל היותר היותר ל איברים בB. כיוון שf חח"ע ז"א שלכל n האיברים שבקבוצה A מתאימים n איברים שונים בB. אולם כיוון שהנחנו שהפונק' לא על אז יוצא לנו שלn האיברים בקבוצה A מתאימים איברים בקבוצה B וזו סתירה להנחה לכן f פונק' על.

כיוון שני: נניח שf פונק' על. נוכיח שהיא חח"ע. מההנחה שהפונק' על נקבל שלכל איבר בתמונה B יש מקור בA. בנוסף, נתון שf פונק' ולכן מקיימת את השלמות שלכל מקור יש תמונה. ולא יתכן שלמקור אחד יהיו שתי תמונות. כיוון שבנוסף לא ייתכן שלתמונה אחת יהיה יותר ממקור אחד ולכן הפונק' חח"ע.

# תרגיל

הגדר כך שf חח"ע ועל

## תשובה

# תרגיל

הגדר פונק' שתהייה חח"ע ועל

## תשובה

# פונק' מיוחדות

תהי A קבוצה כלשהי. הפונק' מוגדרת ע"י נקראת פונק' הזהות.

פונק' אופיינית\פונק' מייצגת – תהי X קבוצה כלשהי ותהי . נגדיר פונק' ע"י

# הרכבת פונק.

תהיינה A,B,C קבוצות ותהיינה פונק'. ההרכבה של הפונק' g וf היא. מתקיים ש

## דוגמה

תהיינה מוגדרות ע"י . מצא את ההרכבות ו. האם הן שוות?

### פתרון

# תרגיל

תהיינה פונק' המוגדרות ,

1. 1. האם g פונק' חח"ע?
   2. האם g על?
2. רשום במפורש את ההרכבות וקבע לגבי כל אחת אם היא על או חח"א

## פתרון

g לא חח"ע כיוון שלשני מקורות תמונה זהה .  
g על: עבור לכל קיים כך ש. לכל נרשום => => :  
 לכן g על

שתי ההרכבות לא חח"ע:

אולם שתי הפונק' הן על כיוון שהן הרכבה של פונק' על.

משפטים חשובים

*יהיו פונקציות, מוגדרת*

1. *אם f וg חח"ע אז גם חח"ע*
2. *אם f וg על והתחום של f הוא הטווח של g אז היא על*
3. *אם אזי*
   1. *אם חח"ע אז g חח"ע*
   2. *אם על אז f על*

# תרגיל

נתון ש חח"ע. הוכח שf חח"ע

## הוכחה

נניח ש צ"ל ש לפי ההגדרה של חח"ע.  
אם אז . כיוון שנתון שg פונק' ולכן היא מקיימת את תכונת החד ערכיות.(אם ו אז ). כיוון שנתון ש היא חח"ע וקיבלנו ש לכן בהכרח .

# תרגיל

נתון שf פונק' על ו חח"ע. הוכח שg היא פונק' חח"ע

## הוכחה

נניח ש, צ"ל ש. מהגדרת ההרכבה של פונק' נקבל , נתון שf על לכן קיימים כך ש. הנחנו כי אז נקבל  
ש. ולכן, כיוון שנתון ש היא חח"ע נקבל שבהכרח כיוון שf פונק' ולכן היא חד ערכית אז וזה גורר ש.

# פונק' הפיכה ⬄ היא חח"ע ועל

### לדוגמה

לא חח"ע כיוון ש, לכן ההופכית היא לא חד ערכית ולכן אינה פונק'.